

۱- کدام گزینه درست است.

۱.  $Q$  در  $R$  چگال است. ۲. اصل کمال در مجموعه اعداد گویا برقرار است.
۳. در اعداد حقیقی خاصیت ارشمیدسی برقرار نیست. ۴. اگر  $p$  عددی اول باشد، آنگاه  $\sqrt{p}$  گویا است.

۲- فرض کنید  $\left\{ \frac{(-1)^n}{1 + \frac{1}{n}} \right\}$  یک دنباله باشد مقدار حد پایین این دنباله برابر است با

۱. ۱ ۲.  $-1$  ۳.  $e$  ۴.  $-e$

۳- اگر  $A = \{x \mid x \in R, x > 0, x^2 > 2\}$  آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱.  $\sup A = -\sqrt{2}$  ۲.  $\sup A$  موجود نیست.
۳.  $\inf A = 0$  ۴.  $\inf A$  موجود نیست.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۴- کدامیک از سریهای زیر همگراست؟

۱.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$  ۲.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
۳.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^n}$  ۴.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\log n}}$

۵- در مورد سری نامنفی  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  کدام گزینه درست است؟

۱. اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  ، آنگاه سری واگراست.

۲. اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$  ، آنگاه سری همگراست.

۳. اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(1 - \frac{a_{n+1}}{a_n}) < 1$  ، آنگاه سری همگراست.

۴. اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(1 - \frac{a_{n+1}}{a_n}) > 1$  ، آنگاه سری همگراست.

۶- کدام گزاره درست است؟

۱. سری نامنفی  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگرا است اگر و فقط اگر دنباله  $\{a_n\}$  کراندار باشد.

۲. سری توافقی  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$  به ازای  $a \leq 1$  همگرا و به ازای  $a > 1$  واگراست.

۳. سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{a^n}$  برای  $a > 1$  همگرا و برای  $0 < a < 1$  واگراست.

۴. اگر  $\{a_n\}$  نامنفی باشد  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگراست اگر و فقط اگر  $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k a_{2^k}$  همگرا باشد.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۷- در فضای متریک  $(M, d)$  کدام حکم برقرار است؟

۱. اشتراک هر خانواده از مجموعه های باز، باز است.

۳. اجتماع هر خانواده از مجموعه های باز، بسته است.

۲. اجتماع هر خانواده از مجموعه های بسته، بسته است.

۴. اشتراک هر خانواده از مجموعه های بسته، بسته است.

۸- فرض کنید  $M$  یک فضای متریک و  $A$  زیرفضایی از آن باشد. در این صورت  $C \subseteq A$  در  $A$  بسته است اگر و فقط اگر ...

۱. مجموعه بسته ای مانند  $F$  در  $M$  بتوان یافت که  $C = A \cap F$
۲. مجموعه بسته ای مانند  $F$  در  $M$  بتوان یافت که  $F = A \cap C$
۳. مجموعه بسته ای مانند  $F$  در  $M$  بتوان یافت که  $F = A \cup C$
۴. مجموعه فشرده ای مانند  $K$  در  $M$  بتوان یافت که  $C = A \cap K$

۹- در فضای متریک  $(M, d)$  کدام گزاره نادرست است؟

۱. اگر  $A \subseteq M$  بسته و کراندار انگاه  $A$  فشرده است.
۲. اگر  $F$  بسته و  $K$  فشرده انگاه  $F \cap K$  فشرده است.
۳. اگر  $M$  فشرده باشد انگاه هر زیرمجموعه نامتناهی  $E$  از  $M$  دارای یک نقطه انباشتگی در  $M$  است.
۴. اگر  $A \subseteq M$  فشرده باشد انگاه  $A$  بسته است.

۱۰- کدامیک از گزاره های زیر درست است؟

۱. هر مجموعه متناهی فشرده نیست.
۲.  $(0, 1)$  فشرده نیست.
۳. در  $(R, d)$ ،  $d$  متریک معمولی،  $Q$  در  $R$  فشرده است.
۴. در  $(R, d)$ ،  $d$  متریک معمولی،  $R$  فشرده است.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱۱- اگر  $E = (1, 2) \cup \{7\}$  انگاه  $\overline{E^\circ}$  عبارتست از

۱.  $(1, 2) \cup \{7\}$
۲.  $(1, 2)$
۳.  $[1, 2] \cup \{7\}$
۴.  $[1, 2]$

۱۲- کدام عبارت درست است.

۱. اگر  $A$  و  $B$  همبند باشند انگاه  $A \cup B$  همبند است.
۲. اگر  $A_1$  و  $A_2$  همبند باشند و  $A_1 \subseteq B \subseteq A_2$ ،  $B$  همبند است.
۳. اگر  $A$  همبند باشد انگاه  $\overline{A}$  همبند است.
۴. بازه  $[0, 1]$  در  $(R_d, R)$  با متریک گسسته همبند است.

۱۳- فرض کنید  $f$  تابعی حقیقی و پیوسته بر فضای متریک باشد قرار می‌دهیم  $Z(f) = \{x \in X \mid f(x) = 0\}$  در این صورت کدام عبارت در مورد  $Z(f)$  درست است؟

۱. نه بسته و نه باز است. ۲. بسته است. ۳. باز است. ۴. هیچکدام

۱۴- اگر  $f$  و  $g$  پیوسته یکنواخت باشند، کدام تابع پیوسته یکنواخت است؟

۱.  $\frac{f}{g}$  ۲.  $f + g$  ۳.  $\frac{1}{g}$  ۴.  $fg$

۱۵- اگر  $(X, d_X)$  و  $(Y, d_Y)$  دو فضای متریک و  $f: X \rightarrow Y$  پیوسته باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. اگر  $E \subseteq X$  فشرده آنگاه  $f(E)$  فشرده است.

۲.  $f$  سوپریم و اینفیمم مقادیر خود را در نقطه ای از  $X$  می‌گیرد.

۳. اگر  $A \subseteq X$  باز آنگاه  $f(A)$  باز است.

۴.  $f^{-1}$  پیوسته است.

۱۶- اگر  $A \subseteq \mathbb{R}$  و  $A$  مجموعه ای نافشرده باشد آنگاه

۱. هر تابع پیوسته بر  $A$  کراندار است.

۲. هر تابع پیوسته و کراندار بر  $A$  ماکسیمم دارد.

۳. اگر  $A$  کراندار باشد، تابعی پیوسته بر  $A$  هست که پیوسته یکنواخت نیست.

۴. هر تابع پیوسته بر  $A$ ، می‌تواند خود را بر این مجموعه اختیار می‌کند.

۱۷- اگر  $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in \mathbb{Q} \\ \cos x & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$  تابع  $f$  در چه نقاطی پیوسته است؟

۱.  $x = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$  ۲.  $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$  ۳.  $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$  ۴.  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$

۱۸- کدامیک از توابع زیر در  $x = 0$  مشتق پذیر نیست؟

$$f(x) = \begin{cases} x + 2x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad .۲$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad .۱$$

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad .۴$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad .۳$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x \text{ برابر است با:} \quad -۱۹$$

۴. حد وجود ندارد.

۳. 1

۲. e

۱.  $\infty$

۲۰- فرض کنیم  $n \geq 1$  و تابع  $f$  دارای مشتق مرتبه  $n$ ام و پیوسته بر بازه  $(a, b)$  باشد و در نقطه ای مانند  $c$  از  $(a, b)$   $f^{(n)}(c) \neq 0$  و  $f'(c) = f''(c) = \dots = f^{(n-1)}(c) = 0$  در اینصورت

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱. اگر  $n$  فرد، آنگاه  $C$  نقطه مینیمم و ماکسیمم موضعی نیست.

۲. اگر  $n$  زوج، آنگاه  $C$  نقطه مینیمم و ماکسیمم موضعی نیست.

۳. اگر  $n$  زوج، آنگاه در حالت  $f^{(n)}(c) > 0$  تابع  $f$  در نقطه  $C$  دارای ماکسیمم موضعی است.

۴. اگر  $n$  فرد، آنگاه در حالت  $f^{(n)}(c) < 0$  تابع  $f$  در نقطه  $C$  دارای ماکسیمم موضعی است.

1	الف
2	ب
3	ب
4	ج
5	د
6	ج
7	د
8	الف
9	الف
10	ب
11	د
12	ج
13	ب
14	ب
15	الف
16	ج
17	ب
18	د
19	ج
20	الف

۱- اگر  $n \in \mathbb{N}$  کدام عبارت زیر مثال نقض دارد؟

۱.  $\sqrt{n(n+1)}$  گنگ است

۲.  $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}$  گنگ است

۳.  $\sqrt[3]{n} + \sqrt{n+1}$  گنگ است

۴.  $\sqrt{n+\sqrt{n}}$  گنگ است

۲- کدام مجموعه زیر کراندار نیست؟

۱.  $\left\{ \frac{x}{x+1} : x \in \left[ \frac{-1}{2}, \infty \right) \right\}$  ۲.  $\left\{ \frac{1}{1+x^2} : x \in \mathbb{R} \right\}$  ۳.  $\{x \sin x : x \in \mathbb{R}\}$  ۴.  $\{e^{-x^2} \sin x : x \in \mathbb{R}\}$

۳- اگر  $A = \left\{ \frac{1-2n}{1+n} : n \in \mathbb{N} \right\}$ ، در اینصورت حاصل  $\sup A + \sup(-A)$  کدام است؟

۱. -2 ۲. 0 ۳.  $\frac{3}{2}$  ۴.  $-\frac{1}{2}$

۴- مجموع حد بالا و پایین دنباله  $\left\{ \sin \frac{n\pi}{2} \right\}$  کدام است؟

۱. 0 ۲. 1 ۳. -1 ۴.  $-\frac{1}{2}$

۵- در مورد دنباله  $a_n = 1 + \frac{1}{2^p} + \dots + \frac{1}{n^p}$  کدام عبارت صحیح است؟

۱.  $p >$  همگراست. ۲. همیشه واگراست. ۳. همیشه همگراست. ۴.  $p \leq$  همگراست.  $p >$  همگراست.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۶- حد دنباله  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$  کدام است؟

۱.  $-\frac{1}{2}$  ۲.  $\frac{1}{2}$  ۳. 0 ۴. وجود ندارد.

۷- فرض کنیم  $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ . کدام گزینه درست است؟

۱.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$     ۲.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{e}$     ۳.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$     ۴.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = e$

۸- کدام یک از سری های زیر همگراست؟

۱.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)}$     ۲.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log n}$     ۳.  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$     ۴.  $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{n})$

۹- کدام مطلب در مورد سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1+x^n}$  درست است؟

۱. همیشه همگراست    ۲. همیشه واگراست  
۳. برای  $|x| \geq 1$  واگرا و برای  $|x| < 1$  همگراست    ۴. برای  $|x| \leq 1$  واگرا و برای  $|x| > 1$  همگراست

۱۰- کدام عبارت زیر نادرست است؟ [www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱. اگر  $k \in N$  سری های  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  و  $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$  همفرازند.  
۲. سری  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+1})$  همگراست اگر و فقط اگر  $\{a_n\}$  همگرا باشد.  
۳. اگر  $C \in R$  و  $a_n \neq 0$  سری  $\sum_{n=1}^{\infty} C a_n$  همگراست اگر و فقط اگر  $C \neq 0$ .  
۴. اگر  $a_n \geq 0$  و  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگرا باشد سری های  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$  و  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$  نیز همفرازند.

۱۱- حاصل سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{2^n 3^n}$  کدام است؟

۱. ۳    ۲.  $\frac{3}{2}$     ۳.  $\frac{2}{3}$     ۴. ۲



۱۲- فرض کنید  $(M, d)$  یک فضای متریک و  $E \subseteq M$ . کدام عبارت نادرست است؟

۱.  $(E^\circ)^c = (\bar{E})^c$  ۲.  $E^\circ$  باز است

۳. اگر  $E$  باز باشد  $E = E^\circ$  ۴. اگر  $O \subseteq E$  و  $O$  باز باشد  $O \subseteq E^\circ$

۱۳- کدام گزینه زیر صحیح است؟

۱. اصل کمال در مجموعه اعداد گویا برقرار است.

۲.  $Q$  در  $R$  چگال است

۳. در مجموعه اعداد حقیقی خاصیت ارشمیدسی برقرار نیست.

۴. اگر  $P$  عددی اول باشد آنگاه  $\sqrt{P}$  گویاست.

۱۴- فرض کنید  $M$  یک فضای متریک و  $A$  زیر فضایی از آن باشد در اینصورت  $C \subseteq A$  در  $A$  بسته است اگر و فقط اگر

۱. مجموعه ای بسته مانند  $F$  در  $M$  بتوان یافت که  $C = A \cap F$ .

۲. مجموعه ای بسته مانند  $F$  در  $M$  بتوان یافت که  $F = A \cup C$ .

۳. مجموعه ای بسته مانند  $F$  در  $M$  بتوان یافت که  $F = A \cap C$ .

۴. مجموعه ای فشرده مانند  $k$  در  $M$  بتوان یافت که  $C = A \cap k$ .

۱۵- در مورد مجموعه باز  $(0,1)$  کدام مطلب صحیح است؟

۱. فشرده است. [www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۲. با متریک معمولی کامل است اما با متریک گسسته کامل نیست.

۳. با متریک معمولی کامل نیست اما با متریک گسسته کامل است.

۴. نه با متریک معمولی کامل است نه با متریک گسسته.

۱۶- فرض کنید  $(M, d)$  یک فضای متریک و  $E \subseteq M$ . اگر  $E$  فشرده باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱.  $E$  یک مجموعه کراندار است.
۲.  $E$  یک مجموعه بسته است.
۳. هر زیر مجموعه نامتناهی  $E$  در  $E$  دارای نقطه انباشتگی است.
۴. هر سه گزینه درست است.

۱۷- کدام عبارت زیر صحیح است؟

۱. اگر  $A$  و  $B$  همبند باشند  $A \cup B$  نیز همبند است.
۲. اگر  $A_1$  و  $A_2$  همبند باشند و  $A_1 \subseteq B \subseteq A_2$  در اینصورت  $B$  همبند است.
۳. اگر  $A$  همبند باشد  $\bar{A}$  نیز همبند است.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۴. بازه  $[0, 1]$  با متریک گسسته همبند است.

۱۸- کدام عبارت در مورد هر مجموعه در  $R^n$  صحیح است؟

۱. هر زیر مجموعه فشرده در  $R^n$  کامل است.
۲. هر زیر مجموعه فشرده در  $R^n$  همبند است.
۳. هر زیر مجموعه کامل در  $R^n$  فشرده است.
۴. هر زیر مجموعه همبند در  $R^n$  کامل است.

۱۹- کدام یک از توابع زیر یک متریک بر مجموعه اعداد حقیقی  $R$  نیست؟

۱.  $d(x, y) = \frac{|x - y|}{1 + |x - y|}$
۲.  $d(x, y) = \frac{|x - y|}{1 + n|x - y|}; n \in N$
۳.  $d(x, y) = |x^2 - y^2|$
۴.  $d(x, y) = \begin{cases} x - y & x \geq y \\ y - x & x < y \end{cases}$

۲۰- تابع  $f(x)$  در  $R$  بصورت  $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in Q \\ \cos x & x \notin Q \end{cases}$  تعریف شده است.  $f(x)$  در چه نقاطی دارای حد می باشد؟

۱.  $\{x : x = k\pi, k \in N\}$  ۲.  $\{x : x = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in N\}$

۳.  $\{x : x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in N\}$  ۴.  $R$

۲۱- فرض کنید  $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  در اینصورت کدام گزینه درست است؟

۱.  $f(x)$  در  $0$  پیوسته است. ۲.  $f(x)$  ناپیوستگی نوع دوم در  $0$  دارد.

۳.  $f(x)$  در هیچ نقطه ای پیوسته نیست. ۴.  $f(0^+)$  و  $f(0^-)$  موجودند.

۲۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱. تابع  $f : X \rightarrow Y$  پیوسته است اگر و فقط اگر به ازای هر زیر مجموعه  $B \subseteq Y$  داشته باشیم  $f^{-1}(B^\circ) \subseteq (f^{-1}(B))^\circ$ .

۲. تابع  $f : X \rightarrow Y$  پیوسته است اگر و فقط اگر به ازای هر زیر مجموعه  $A \subseteq X$  داشته باشیم  $f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)}$ .

۳. تابع  $f : X \rightarrow Y$  پیوسته است اگر و فقط اگر به ازای هر زیر مجموعه فشرده  $C \subseteq X$ ، تحدید  $f$  بر  $C$  پیوسته باشد.

۴. تابع  $f : X \rightarrow Y$  پیوسته است اگر و فقط اگر به ازای هر زیر مجموعه باز  $A \subseteq X$ ،  $f(A)$  باز باشد.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۲۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} - \cos x}{x^4}$  کدام است؟

۱.  $\infty$  ۲.  $\frac{1}{24}$  ۳.  $-\frac{1}{24}$  ۴.  $-\frac{1}{12}$

۲۴- اگر  $c \in (a, b)$  و  $f'(c) = A$  در اینصورت حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c-h)}{h}$  کدام است؟

۱.  $A$  ۲.  $-A$  ۳.  $-2A$  ۴.  $2A$

۲۵- اگر توابع  $f$  و  $g$  پیوسته یکنواخت باشند کدام یک از توابع زیر پیوسته یکنواخت است؟

۴.  $fg$

۳.  $\frac{1}{g}$

۲.  $f + g$

۱.  $\frac{f}{g}$

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	ج
2	ج
3	ج
4	الف
5	د
6	ب
7	د
8	ب
9	د
10	ج
11	ب
12	الف
13	ب
14	الف
15	ج
16	د
17	ج
18	الف
19	ج
20	ب
21	ب
22	د
23	ج
24	د
25	ب

۱- در خاصیت ارشمیدسی اعداد، اگر  $x > 6$  و  $y = 6x + 6$  باشد، آنگاه حداقل  $n$  کدام است؟

۱. 5      ۲. 6      ۳. 7      ۴. 8

۲- فرض کنید  $A = \{p \mid p \in Q, p > 0, p^2 < 2\}$  که در آن  $Q$  مجموعه اعداد گویاست. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱.  $A$  فاقد سوپریمم در  $\mathbb{R}$  است.      ۲.  $A$  فاقد سوپریمم در  $Q$  است.  
۳.  $A$  فاقد اینفیمم در  $Q$  است.      ۴.  $A$  فاقد اینفیمم در  $\mathbb{R}$  است.

۳- فرض کنید  $\{a_n\}$  و  $\{b_n\}$  دنباله‌هایی کراندار از اعداد حقیقی باشند. کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر همواره  $a_n \leq b_n$  باشد، آنگاه  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n$ .

۲.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ .

۳.  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n + \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n$ .

۴.  $-\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-a_n)$ .

۴- فرض کنید  $\{r_n\}$  دنباله اعداد گویای بازه  $(0, 1)$  باشد، آنگاه

۲.  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} r_n = \lim_{n \rightarrow \infty} r_n = 1$ .

۱.  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} r_n = \lim_{n \rightarrow \infty} r_n = 0$ .

۴.  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} r_n = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} r_n = 0$ .

۳.  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} r_n = 1$  ولی حد پایین موجود نیست.

۵- سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$  را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱. سری مذکور واگراست.
۲. سری مذکور همگراست و مقدار سری برابر با  $e$  است.
۳. سری مذکور همگراست و مقدار سری برابر با  $e - 1$  است.
۴. سری مذکور همگراست و مقدار سری برابر با  $\frac{1}{e}$  است.

۶- سری نامنفی  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  را در نظر بگیرید. کدام گزاره نادرست است؟

۱. اگر  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگرا باشد، آنگاه دنباله  $\{na_n\}$  همگرا به صفر است.
۲. اگر  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگرا باشد، آنگاه دنباله  $\{a_n\}$  همگرا به صفر است.
۳. اگر از مرتبه‌ای به بعد  $a_n > 1$  باشد، آنگاه سری  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  واگراست.
۴. اگر  $\{a_n\}$  نزولی باشد، آنگاه  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  و  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n a_{2^n}$  همرفتارند.

۷- در فضای متریک  $(X, d)$  کدام حکم برقرار نیست؟

۱. اجتماع هر خانواده شمارا از مجموعه‌های باز، مجموعه‌ای باز است.
۲. اشتراک هر خانواده شمارا از مجموعه‌های باز، مجموعه‌ای باز است.
۳. اجتماع خانواده‌ای شمارا از مجموعه‌های بسته می‌تواند مجموعه‌ای باز باشد.
۴. اشتراک هر تعداد از مجموعه‌های بسته، مجموعه‌ای بسته است.

۸- فرض کنید  $(X, d)$  یک فضای متریک و  $A \subseteq X$  باشد.  $p \in A$  یک نقطه انباشتگی  $A$  است اگر

۱. هر گوی باز به مرکز  $p$  شامل نقطه‌ای از  $A$  غیر از خود  $p$  باشد.
۲. گوی بازی به مرکز  $p$  شامل نقطه‌ای از  $A$  غیر از خود  $p$  وجود داشته باشد.
۳. هر همسایگی  $p$  شامل تعداد متناهی نقطه از  $A$  باشد.
۴. برای هر دنباله مانند  $\{p_n\}$  از نقاط  $A$  داشته باشیم:  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = p$ .

۹- در فضای متریک  $(R, d)$  (مجموعه اعداد حقیقی با متر گسسته)، کدام گزینه نادرست است؟

۱. زیرمجموعه  $\{\frac{1}{n} \mid n \in N\}$  باز است.
۲. زیرمجموعه  $\{\frac{1}{n} \mid n \in N\}$  بسته است.
۳. زیرمجموعه  $\{\frac{1}{n} \mid n \in N\}$  نه باز است نه بسته.
۴. زیرمجموعه  $\{\frac{1}{n} \mid n \in N\}$  هم باز است هم بسته.

۱۰- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

۱. زیرمجموعه‌های فشرده فضاهای متریک، بسته‌اند.
۲. زیرمجموعه‌های بسته مجموعه‌های فشرده، فشرده‌اند.
۳. اشتراک یک زیرمجموعه بسته با یک زیرمجموعه فشرده در یک فضای متریک، همواره مجموعه‌ای فشرده است.
۴. هر زیرمجموعه دلخواه از یک فضای متریک فشرده، دارای یک نقطه انباشتگی است.

۱۱- در فضای متریک  $(R, d)$  (مجموعه اعداد حقیقی با متر معمولی یا اقلیدسی)، کدام گزینه درست است؟

۱.  $Z \subset R$  در  $R$  باز است.
۲.  $Q \subset R$  در  $R$  باز است ولی بسته نیست.
۳.  $Q \subset R$  در  $R$  نه باز است نه بسته.
۴.  $Q \subset R$

۱۲- فرض کنید  $A = Z \cap [3^n, 3^{n+1}]$  که در آن  $Z$  مجموعه اعداد صحیح و  $n \in N$ . در این صورت

۱.  $A$  زیرمجموعه‌ای فشرده از  $R$  است.
۲.  $A$  زیرمجموعه‌ای باز از  $R$  است.
۳.  $\overline{A}$  زیرمجموعه‌ای همبند از  $R$  است.
۴.  $A \subseteq A^0$



۱۳- فرض کنید  $A = \{(r, s) \mid r, s \in Q\}$  که در آن  $Q$  مجموعه اعداد گویاست. در این صورت

$$\bar{A} = A, A^0 = A \quad .^2 \qquad \bar{A} = A, A^0 = \emptyset \quad .^1$$

$$\bar{A} = R^2, A^0 = A \quad .^4 \qquad \bar{A} = R^2, A^0 = \emptyset \quad .^3$$

۱۴- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو فضای متریک و  $f: X \rightarrow Y$  تابعی پیوسته باشد. کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

۱. اگر  $X$  فشرده باشد، آنگاه  $f(X)$  بسته و کراندار است.

۲. اگر  $X$  بسته و کراندار باشد، آنگاه  $f(X)$  فشرده است.

۳. اگر هر زیرمجموعه نامتناهی  $X$  حداقل یک نقطه انباشتگی داشته باشد، آنگاه  $f(X)$  فشرده است.

۴. اگر  $X$  فشرده باشد، آنگاه هر زیرمجموعه نامتناهی  $f(X)$  دارای حداقل یک نقطه انباشتگی است.

۱۵- فرض کنید  $f: R \rightarrow R$  تابعی پیوسته باشد. آنگاه تصویر هر بازه بسته و کراندار مانند  $[a, b]$

۱. بازه‌ای بسته و کراندار است.

۲. زیرمجموعه کرانداری از  $R$  است ولی در ارتباط با بسته بودن آن، نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۳. زیرمجموعه بسته‌ای از  $R$  است ولی در ارتباط با کرانداری آن، نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۴. نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۶- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو فضای متریک و  $f: X \rightarrow Y$  تابعی دلخواه باشد. کدام عبارت معادل پیوستگی  $f$  نیست؟

۱. به ازای هر زیرمجموعه باز  $V \subseteq Y$ ، مجموعه  $f^{-1}(V)$  در  $X$  باز باشد.

۲. به ازای هر زیرمجموعه بسته  $V \subseteq Y$ ، مجموعه  $f^{-1}(V)$  در  $X$  بسته باشد.

۳. به ازای هر زیرمجموعه  $V \subseteq Y$ ، داشته باشیم  $f^{-1}(V^0) \subseteq (f^{-1}(V))^0$ .

۴. به ازای هر زیرمجموعه  $V \subseteq Y$ ، داشته باشیم  $(f^{-1}(V))^0 \subseteq f^{-1}(V^0)$ .

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

$$۱۷- \text{کدام عبارت در مورد تابع } f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \text{ درست است؟}$$

۱.  $f$  در صفر پیوسته است اما مشتق پذیر نیست.

۲.  $f$  در صفر مشتق پذیر است اما پیوسته نیست.

۳.  $f$  در صفر نه پیوسته و نه مشتق پذیر است.

۴.  $f$  در صفر هم پیوسته و هم مشتق پذیر است.

۱۸- مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} - \cos x}{x^4}$  برابر است با

۱.  $-\frac{1}{24}$       ۲.  $\frac{1}{24}$       ۳.  $\frac{1}{12}$       ۴.  $-\frac{1}{12}$

۱۹- فرض کنید  $f$  دارای مشتق مرتبه ۶ام پیوسته بر بازه  $(a, b)$  باشد بطوریکه در نقطه‌ای مانند  $c \in (a, b)$  داشته باشیم

$$f'(c) = f''(c) = \dots = f^{(5)}(c) = 0, f^{(6)}(c) > 0$$

در این صورت

۱.  $f$  در نقطه  $C$  دارای ماکسیمم موضعی است.

۲.  $f$  در نقطه  $C$  دارای مینیمم موضعی است.

۳.  $C$  نقطه ماکسیمم و مینیمم موضعی نیست.

۴. در ارتباط با ماکسیمم و مینیمم بودن  $C$ ، نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۲۰- اگر  $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{n+1} = 0$ ، آنگاه در مورد معادله  $a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = 0$  در

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

بازه  $(0, 1)$  کدام گزینه درست است ؟

۱. حداقل دارای یک ریشه است.

۲. ریشه ندارد.

۳. دقیقا یک ریشه دارد.

۴. قطعا  $n$  ریشه دارد.

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	ج
2	ب
3	ب
4	د
5	ج
6	الف
7	ب
8	الف
9	ج
10	د
11	ج
12	الف
13	ج
14	ب
15	الف
16	د
17	د
18	الف
19	ب
20	الف

۱- تابع خطی  $f: R \rightarrow R$  با ضابطه  $f(x) = 2x$  از نقطه نظر کرانداري در شرایط کدام گزینه صدق می کند؟

۱. تبدیل خطی بی کران ولی تابع کراندار است.
۲. تبدیل خطی بیکران و نیز تابع بیکران است.
۳. تبدیل خطی کراندار ولی تابع بی کران است.
۴. تبدیل خطی کراندار و نیز تابع کراندار است.

۲- با فرض  $V = C^\infty[0,1]$ ، عملگر مشتق  $D: V \rightarrow V$  دارای چه خاصیت زیر می باشد؟

۱. نه کراندار است و نه پیوسته.
۲. هم کراندار و هم پیوسته است.
۳. کراندار است ولی پیوسته نیست.
۴. کراندار نیست ولی پیوسته است.

۳- کدام گزینه در مورد  $T \in L(R^n, R^m)$  درست است؟

۱.  $\forall x \in R^n, T'(x) = 0_m$
۲.  $\forall x \in R^n, T'(x) = T(x)$
۳.  $T' = 0$  که در آن ، همان تبدیل خطی صفر است
۴.  $T'' = 0$  که در آن ، همان تبدیل خطی صفر است

۴- فرض کنید تابع  $f: D \subseteq R^n \rightarrow R^m$  در نقطه  $x$  از مجموعه باز  $D$  مشتق پذیر بوده و  $\{e_1, \dots, e_n\}$  و  $\{u_1, \dots, u_m\}$  پایه

های متعارف برای  $R^m$  و  $R^n$  باشند، در این صورت کدام گزینه درست است؟

$$f'_j(x) e_j = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x) u_i, (1 \leq j \leq n) \quad ۱.$$

$$f'(x) e_j = \sum_{i=1}^n (D_j f_i)(x) u_i \quad (1 \leq j \leq m) \quad ۲.$$

$$f'_j(x) = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x) u_i, (1 \leq j \leq n) \quad ۳.$$

$$f'(x) = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x) u_i, (1 \leq j \leq n) \quad ۴.$$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۵- کدام گزینه در مورد تابع  $f: R^2 \rightarrow R$  با ضابطه  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  درست است؟

۱.  $D_1 f$  در  $(0, 0)$  پیوسته است.
۲.  $D_2 f$  در  $(0, 0)$  پیوسته است.
۳.  $f$  در  $(0, 0)$  نا پیوسته است.
۴.  $D_1 f$  در  $R^2$  کراندار است.

## ۶- قضیه تابع معکوس چه می گوید؟

۱. هر نگاشت به طور پیوسته مشتق پذیر، در یک همسایگی نقطه متعلق به قلمرو خود، که معکوس پذیر باشد، دارای مشتق معکوس پذیر است.
۲. هر نگاشت به طور پیوسته مشتق پذیر، در یک همسایگی نقطه متعلق به قلمرو خود، که دارای مشتق معکوس پذیر باشد، معکوس پذیر است.
۳. هر نگاشت معکوس پذیر در یک همسایگی نقطه متعلق به قلمرو خود، که دارای مشتق باشد، مشتق آن نیز معکوس پذیر است.
۴. هر نگاشت به طور پیوسته در یک همسایگی نقطه متعلق به قلمرو خود، که دارای مشتق معکوس پذیر باشد، معکوس پذیر است.

## ۷- تابع دو خطی $f: R^n \times R^m \rightarrow R^k$ دارای کدام یک از خواص زیر است؟

۱.  $f$  در هر نقطه از  $R^n \times R^m$  مشتق پذیر است. ۲.  $Df \in L(R^n \times R^m, R^k)$
۳.  $D^2 f = Df$  ۴.  $D^2 f(x, y) = 0$

## ۸- اگر تابع $f: I \subseteq R^n \rightarrow R$ و به ازای هر $\varepsilon > 0$ ، افزایی چون $P$ از $I$ موجود باشد بطوریکه $U(P, f) - L(P, f) < \varepsilon$ ، در مورد تابع $f$ بر $I$ چه می توان گفت؟

۱. پیوسته است. ۲. پیوسته یکنواخت است.
۳. کراندار است. ۴. تکیه گاهش فشرده است.

## ۹- قدر کدام یک از گزینه های زیر صفر است؟

۱.  $Q$  (اعداد گویا) ۲.  $\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$
۳. مجموعه های دارای اندازه صفر ۴.  $Q \cap [0, 1]$

## ۱۰- اگر تابع $f: I \subseteq R^n \rightarrow R$ و بازه بسته باشد کدام گزینه با بقیه مغایر است؟

۱. مجموعه نقاط ناپیوستگی  $f$  روی  $I$  دارای قدر صفر است. [www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)
۲. مجموعه نقاط ناپیوستگی  $f$  روی  $I$  دارای اندازه صفر است.
۳.  $\int_I f = \int_I f$
۴.  $f$  روی  $I$  انتگرال پذیر است.

۱۱- اگر  $f: I \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  کراندار باشد،  $f$  در  $a \in I$  پیوسته است اگر و تنها اگر

۱. برای  $\varepsilon > 0$  ای، مجموعه  $\{x \in A \mid O(f, x) \geq \varepsilon\}$  دارای قدر صفر است.

۲. برای  $\varepsilon > 0$  ای، مجموعه  $\{x \in A \mid O(f, x) \geq \varepsilon\}$  دارای اندازه صفر است.

۳.  $o(f, a) = 0$

۴.  $a \notin \partial A$

۱۲- اگر  $G(x)$  همان نگاشت اولیه باشد که تابع حقیقی  $g$  ی مشتق پذیر در  $x = a$  مختص  $m$  ام آن را تغییر میدهد آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱.  $G'(a)$  معکوس پذیر است اگر  $(D_m g)(a) \neq 0$

۲.  $J_G(a) = g(a)$

۴.  $G$  در  $a$  مشتق پذیر است.

۳.  $J_G(a) \neq 0$

۱۳- کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

۱. مجموعه  $\{x \in \mathbb{R}^n : f(x) \neq 0\}$  را تکیه گاه  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  می نامیم.

۲. عملگر خطی  $B$  بر  $\mathbb{R}^n$  که فقط جفتی از اعضای پایه متعارف را با هم عوض میکند یک ضربه می نامیم.

۳. هرگاه  $C \subseteq A \subseteq \mathbb{R}^n$  و  $A$  یک بازه بسته باشد  $\chi_C: A \rightarrow \mathbb{R}$  (تابع مشخصه  $C$ ) انتگرالپذیر است.

۴. هرگاه  $C \subseteq A \subseteq \mathbb{R}^n$  و  $A$  یک بازه بسته باشد اندازه  $\partial C$  (مرز  $C$ ) صفر است.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱۴- کدام یک از مجموعه های زیر تانسورهای متناوب اند؟

۱. تمام ۱- تانسورها متناوب هستند

۲. هرگاه با تعویض دو جمله آن علامت تانسور ثابت بماند.

۳.  $P$ - تانسورهایی که  $P$  زوج است.

۴.  $P$ - تانسورهایی که  $P$  فرد است.

۱۵- اگر  $\{\Phi_1, \dots, \Phi_k\}$  پایه  $V^*$  باشد آنگاه  $\dim \Lambda^p(V^*)$  (بعد  $p$ - تانسورهای متناوب) کدام یک از گزینه های زیر می باشد؟

۱.  $k$

۲.  $k^p$

۳.  $\binom{k}{p}$

۴.  $kp$

۱۶- چند فرم  $k$ -بعدی اساسی در  $R^n$  وجود دارد؟

۱.  $n^k$       ۲.  $k^n$       ۳.  $\binom{k}{p}$       ۴.  $C(n, k)$

۱۷- اثر عملگر مشتق خارجی  $d$  روی  $f$ -فرم در هر نقطه  $X = (x_1, x_2, x_3) \in R^3$  کدام گزینه است؟

۱.  $\rightarrow \quad \rightarrow \quad \rightarrow$   
 $grad(f) \cdot dX$   
 ۲.  $\rightarrow$   
 $curl(f)$   
 ۳.  $(divf)d x_1 \wedge d x_2 \wedge d x_3$   
 ۴.  $\cdot$

۱۸- مشتق خارجی فرم  $z^2 dx \wedge dy + (z^2 + 2y) dx \wedge dz$  کدام گزینه است؟

۱.  $(2z + y) dx \wedge dy \wedge dz$       ۲.  $(2z - y) dx \wedge dy \wedge dz$   
 ۳.  $2(z + 1) dx \wedge dy \wedge dz$       ۴.  $2(z - 1) dx \wedge dy \wedge dz$

۱۹- مرز سادک  $k$ -بعدی جهت دار  $\Phi$  کدام گزینه می باشد؟

۱. سادک  $k$ -بعدی جهت دار      ۲. زنجیر  $k$ -بعدی  
 ۳. زنجیر  $(k-1)$ -بعدی      ۴. سادک  $(k-1)$ -بعدی جهت دار

۲۰- کدام گزینه در مورد قضیه استوکس درست نیست؟

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱. تصویری از الحاقی بودن دو عملگر  $d, \partial$  را می دهد.  
 ۲. اگر  $\psi$  یک زنجیر  $2$ -بعدی در  $R^3$  باشد، همان قضیه دیورژانس- گاوس است.  
 ۳. مرتبه انتگرالگیری را کاهش می دهد.  
 ۴. اگر  $\psi$  یک زنجیر  $2$ -بعدی در  $R^2$  باشد، همان قضیه گرین است.

پاسخنامه	
پاسخ صحیح	
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
	11
	12
	13
	14
	15
	16
	17
	18
	19
	20



۱- هرگاه  $V$  و  $W$  فضاهای برداری متناهی البعد با بعد به ترتیب  $n$  و  $m$  بوده و همچنین  $A$  نمایش ماتریس تبدیل خطی  $T$  از  $V$  به  $W$  نسبت به دو پایه دلخواه باشد آنگاه کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

۱. رتبه  $T$  برابر رتبه ماتریس  $A$  است.

۲. رتبه ماتریس  $A$  برابر تعداد ستون های مستقل خطی  $A$  است

۳. رتبه ماتریس  $A$  برابر تعداد سطرهای های مستقل خطی  $A$  است

۴. تعداد ستون های  $A$  - رتبه  $A$  = پوچی  $T$

۲- فرض کنید  $T \in L(V)$  و  $V$  متناهی البعد باشد در اینصورت کدام گزینه زیر صحیح است؟

۱.  $T$  پوشاست

۲.  $T$  یک به یک است

۳.  $T$  یک به یک است اگر و تنها اگر کراندار باشد.

۴.  $T$  یک به یک است اگر و تنها اگر پوشا باشد.

۳- فرض کنید  $X$  یک فضای برداری نرم دارو  $A, B \subseteq X$  و همچنین  $A + B = \{a + b : a \in A, b \in B\}$  . کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

۱. اگر  $A$  باز باشد  $A + B$  نیز باز است.

۲. اگر  $A, B$  بسته باشند  $A + B$  نیز بسته است.

۳. اگر  $A, B$  فشرده باشند  $A + B$  نیز فشرده است.

۴. اگر  $A, B$  باز باشند  $A \cap B$  نیز باز است.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۴- فرض کنید  $T \in L(R^n, R^m)$  . آنگاه برای هر  $x \in R^n$  ،

۱.  $T' = T$

۲.  $T'(x)$  وجود ندارد.

۳.  $T' = 0$

۴.  $T'(x) = T$

۵- کدام گزینه در مورد تابع  $f : R^2 \rightarrow R$  با ضابطه  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  صحیح است؟

۱.  $D_1 f, D_2 f$  بر  $R^2$  توابعی کراندارند اما  $f$  پیوسته نیست.

۲.  $D_1 f, D_2 f$  بر  $R^2$  توابعی کراندارند و  $f$  پیوسته است.

۳. تابع  $f$  در  $(0, 0)$  مشتق پذیر است.

۴.  $D_1 f, D_2 f$  بر  $R^2$  توابعی کراندار نیستند

۶- هرگاه  $f$  یک نگاشت  $C^1$  از مجموعه باز  $D \subseteq R^n$  به  $R^n$  و  $f'(x)$  به ازای هر  $x \in D$  وارون پذیر باشد در اینصورت

۱.  $f$  نگاشت باز است اما بطور موضعی یک به یک نیست. ۲.  $f$  بطور موضعی یک به یک است اما  $f$  باز نیست.

۳.  $f$  باز است و بطور موضعی یک به یک. ۴.  $f$  نه باز است نه بطور موضعی یک به یک.

۷- فرض کنید  $f: R^n \times R^m \rightarrow R^k$  تابعی دو خطی و  $(x, y) \in R^n \times R^m$  نقطه دلخواه باشد آنگاه کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

۱.  $Df$  نسبت به  $(x, y)$  خطی است. ۲.  $(x, y)$  در مشتق پذیر است.

۳.  $D^2 f(x, y) = Df$  ۴.  $D^3 f(x, y) \neq 0$

۸- کدام گزینه در مورد تابع  $f: R^2 \rightarrow R$  با ضابطه  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  نادرست است؟

۱.  $f$  در هر نقطه از  $R^2$  پیوسته است. ۲.  $D_1 f, D_2 f$  در هر نقطه از  $R^2$  پیوسته اند.

۳.  $D_{12} f, D_{21} f$  در هر نقطه از  $R^2$  پیوسته اند ۴.  $D_{12} f(0, 0) = 1$  و  $D_{21} f(0, 0) = -1$

۹- اگر  $f: I \rightarrow R$  (بازه ای در  $R^n$ ) یک تابع کراندار باشد کدام گزینه زیر صحیح است؟

۱.  $\int_I f = \inf L(P, f)$  ۲.  $\int_I f = \sup U(P, f)$  ۳.  $\int_I f = \sup L(P, f)$  ۴.  $\int_I f = \inf U(P, f)$

۱۰- فرض کنید تابع  $f: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow R$  بصورت  $f(x, y) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$  تعریف شده باشد در اینصورت کدام

گزینه زیر صحیح است؟

۱.  $\int_{[0, 1] \times [0, 1]} f = 1$  ۲.  $\int_{[0, 1] \times [0, 1]} f = \frac{1}{2}$  ۳.  $\int_{[0, 1] \times [0, 1]} f = 0$  ۴.  $\int_{[0, 1] \times [0, 1]} f = -\frac{1}{2}$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱۱- کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

۱. هر زیر مجموعه نامتناهی از  $R^n$  دارای اندازه صفر است. ۲. هر زیر مجموعه شمارا از  $R^n$  دارای اندازه صفر است.

۳. اگر قدر مجموعه  $A$  صفر باشد اندازه  $A$  نیز صفر است. ۴. اگر  $A$  فشرده با اندازه صفر باشد  $A$  با قدر صفر است.

-۱۲

کدام گزینه در مورد تابع  $f : [0,1] \times [0,1] \rightarrow R$  که بصورت

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & x \notin Q \\ 1 & x \in Q, y \notin Q \\ 1 - \frac{1}{q} & y \in Q, x = \frac{p}{q}, (p,q) = 1 \end{cases}$$

تعریف می شود صحیح نیست؟

۱.  $\int_0^1 f(x,y) dy = 1$  برای هر  $x$  که گنگ باشد داریم.

۲.  $\int_0^1 f(x,y) dy = 1$  برای هر  $x$  که گویا باشد داریم.

۳.  $f$  در این بازه انتگرالپذیر نیست.

۴.  $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = 1$

-۱۳

مساحت محدود به منحنی های  $y = 2x$ ،  $y = x$ ،  $y = \frac{1}{x}$  و  $y = \frac{2}{x}$  در  $R^2$  برابر کدام مقدار زیر است؟

۱.  $\ln 2$       ۲.  $4 \ln 2$       ۳.  $2$       ۴.  $\frac{1}{2} \ln 2$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

-۱۴

حاصل  $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$  کدام مقدار زیر است؟

۱.  $\pi$       ۲.  $\pi$       ۳.  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$       ۴.  $\sqrt{\pi}$

-۱۵

اگر  $D$  نیم قرص  $\{(x,y) : y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$  باشد حاصل  $\int_D \frac{(x+y)^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}} dx dy$  کدام مقدار زیر است؟

۱.  $\frac{2 - \sqrt{2}}{3} \pi$       ۲.  $\frac{2 + \sqrt{2}}{3} \pi$       ۳.  $\frac{2}{3} \pi$       ۴.  $\frac{\sqrt{2}}{3} \pi$

۱۶- اگر  $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_k\}$  پایه ای برای  $V^*$  باشد  $\{\phi_l = \phi_{i_1} \wedge \dots \wedge \phi_{i_p}; 1 \leq i_1, \dots, i_p \leq k\}$  یک پایه بر  $\Lambda^p(V^*)$  می باشد در این صورت کدام گزینه در مورد  $\dim \Lambda^p(V^*)$  صحیح است؟

۱.  $\dim \Lambda^p(V^*) = \frac{k!}{p!}$       ۲.  $\dim \Lambda^p(V^*) = \frac{k!}{p!(k-p)!}$

۳.  $\dim \Lambda^p(V^*) = k!(k-p)!$       ۴.  $\dim \Lambda^p(V^*) = \frac{p!}{k!(k-p)!}$

۱۷- کدام گزینه زیر نادرست می باشد؟

۱. تانسور متناوب است هرگاه با تعویض دو جمله علامت تانسور عوض شود.

۲. تمام ۱-تانسور ها متناوب اند.

۳. ضرب نقطه ای متناوب است.

۴. دترمینان یک تانسور متناوب است.

۱۸- کدام یک از گزینه های زیر یک ۳-فرم در  $R^3$  است؟

۱.  $\mu = x + y + z$       ۲.  $\Omega = xdx + ydy + zdz$

۳.  $\Psi = xy^2 dx \wedge dy \wedge dz$       ۴.  $\theta = x^2 dx \wedge dy + y^2 dy \wedge dz + z^2 dz \wedge dx$

۱۹- فرض کنید  $\gamma$  یک سطح یک بعدی در  $R^2$  با قلمرو  $[0,1]$  باشد که بصورت  $\gamma(t) = (t+1, t^2-1)$  تعریف شده است و

$\omega = xdy + ydx$  . در این صورت حاصل  $\int \omega$  برابر کدام مقدار زیر است؟

۱. -2      ۲. -1      ۳. 2      ۴. 1

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۲۰- در مورد ضرب تانسوری کدام رابطه زیر برقرار نیست؟

۱.  $S \otimes (T_1 + T_2) = S \otimes T_1 + S \otimes T_2$       ۲.  $T \otimes S = S \otimes T$

۳.  $(aS) \otimes T = S \otimes (aT)$       ۴.  $(S \otimes T) \otimes U = S \otimes (T \otimes U)$

۲۱- عبارت "فرم های بسته در مجموعه های باز و محدب کامل اند" بیانگر کدام گزینه است؟

۱. قضیه دترمینان      ۲. قضیه استوکس      ۳. لم پوانکاره      ۴. قضیه گاوس-ژردان

۲۲- مشتق خارجی  $d$  روی فرم های هموار بر مجموعه باز  $U \subseteq R^k$  دارای کدام خواص زیر نیست؟

۱. خطی بودن
۲. قانون ضربی
۳. قانون هم دوری
۴. حفظ مرتبه فرم بر اثر مشتق خارجی روی یک  $P$  فرم

۲۳- اگر  $Q^k$  یک سادک  $k$ -بعدی باشد کدام عبارت زیر درست می باشد؟

۱.  $Q^0$  شامل یک نقطه و یک راس است
۲.  $Q^1$  شامل دو نقطه و یک راس است
۳.  $Q^2$  شامل دووجه و دو راس است
۴.  $Q^3$  شامل سه وجه و سه راس است

۲۴- کدام گزینه زیر درست نمی باشد

۱. سادک  $Q^k$  کوچکترین زیر مجموعه محدب  $R^k$  است که حاوی  $e_1, \dots, e_k$  است.
۲. درمیان سادک سه بعدی مستوی جهت دار  $\sigma_1 = [0, e_1, e_1 + e_2, e_1 + e_2 + e_3]$  برابر صفر است.
۳. نگاشت های مستوی مجموعه محدب را به مجموعه های محدب می برند.
۴. هرگاه  $k \geq 2$  و  $\sigma = [p_0, p_1, \dots, p_k]$  یک سادک  $k$  بعدی مستوی جهت دار باشد  $\partial^2 \sigma = 0$ .

۲۵- کدام گزینه زیر صحیح نمی باشد؟

۱. اگر  $w$  در  $E$  یک  $k$ -فرم کامل باشد  $(k-1)$ -فرم  $\lambda$  ای وجود دارد که  $d\lambda = w$
۲. اگر  $w$  در  $E$  یک  $k$ -فرم بسته باشد در اینصورت  $d\omega = 0$ .
۳. اگر  $w$  در  $E$  یک  $k$ -فرم بسته باشد در اینصورت به ازای هر زنجیر  $(k+1)$  بعدی  $\Psi$  از  $C^2$  در  $E$ ، انتگرال  $w$  روی مرز  $\Psi$  برابر صفر است.
۴. اگر  $\Psi$  یک زنجیر  $(k+1)$  بعدی در  $E$  و  $\lambda$  یک  $(k-1)$ -فرم در  $E$  و هر دو از رده  $C^2$  باشند در اینصورت  $\int_{\Psi} d^2 \lambda = 1$ .

پاسخنامه	
پاسخ صحیح	
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
	11
	12
	13
	14
	15
	16
	17
	18
	19
	20
	21
	22
	23
	24
	25

۱- فرض کنید  $V$  و  $W$  دو فضای برداری نرمدار و  $T$  یک تبدیل خطی از  $V$  به  $W$  باشد. انگاه:

۱.  $T$  در صفر پیوسته است.

۲.  $T$  در هر نقطه از  $V$  پیوسته است.

۳.  $T$  در صفر پیوسته است اگر و فقط اگر در هر نقطه از  $V$  پیوسته باشد.

۴. تبدیل خطی  $T$  کراندار است.

۲-  $L(V, W)$  فضای تبدیلات خطی از  $V$  به  $W$  است اگر  $T \in L(V, W)$  در این صورت

$$\|T\| = \sup\{\|Tx\| \mid \|x\| = 1\} \quad ۱. \quad \|T\| = \sup\{\|Tx\| \mid \|x\| \leq 1\}$$

۲. هر سه مورد صحیح است

$$\|Tx\| \leq \|T\| \|x\| \quad ۳. \quad \text{برای } \|x\| \leq 1$$

۳- اگر  $T \in L(V)$  که  $V$  فضایی برداری و نرمدار است کدام گزینه غلط است؟

۱.  $T$  کراندار است اگر و فقط اگر  $T$  پیوسته باشد.

۲.  $T$  کراندار یعنی  $M \geq 0$  موجود است بطوریکه  $|T(x)| \leq M$  برای هر  $x \in V$

۳.  $T$  کراندار است اگر و فقط اگر  $T$  در صفر پیوسته باشد.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۴. مجموعه عملگرهای وارون پذیر روی  $V$  زیر مجموعه بازی از  $V$  است

۴- فرض کنید  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  با ضابطه،  $f(x, y) = (x^2 + y^2, 2xy)$  تعریف شود. کدام گزینه غلط است؟

۲. ماتریس جاکوبی  $f$  در هر نقطه موجود است

۱.  $f$  تابعی مشتق پذیر بر  $\mathbb{R}^2$  است.

۴. ژاکوبین  $f$  در هر نقطه مخالف صفر است.

$$Df(x, y) = \begin{bmatrix} 2x & 2y \\ 2y & 2x \end{bmatrix} \quad ۳.$$

۵- کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  بر  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر است لذا برای هر  $a$  و  $b$  نقطه ای مانند  $z \in [a, b]$  موجود است بطوریکه:  

$$f(b) - f(a) = f(z)(b - a)$$

۲.  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  بر  $\mathbb{R}^n$  مشتق پذیر است بطوریکه  $\|Df(x)\| \leq M$  به ازای هر  $x \in \mathbb{R}^n$  انگاه  

$$|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$$

۳.  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  بر  $\mathbb{R}^n$  مشتق پذیر است و اگر  $\|Df(a)\| \leq M$  برای هر  $a \in \mathbb{R}^n$  انگاه  

$$|f(a) - f(b)| \leq M|b - a|$$

۴. هر سه مورد فوق صحیح است.

۶- تابع  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  به صورت زیر تعریف شده است

$$f(x) = \frac{x_1^3 - x_2^3}{x_1^4 - x_2^4} \quad \text{اگر } (x_1, x_2) \neq (0, 0) \quad \text{و در } (0, 0) \text{ صفر تعریف شده است در این صورت :}$$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱. تابع  $f$  در  $(0, 0)$  پیوسته است.

۲. مشتق سویی تابع در  $(0, 0)$  برای هر بردار واحد  $u$  برابر صفر است.

۳. تابع  $f$  در  $(0, 0)$  مشتق پذیر است.

۴. تابع  $f$  در  $(0, 0)$  مشتق پذیر است ولی در امتداد بعضی بردارهای واحد در  $(0, 0)$  مشتق سویی ندارد.

۷- اگر  $X$  یک فضای متریک کامل و  $f: X \rightarrow X$  یک نگاشت انقباض باشد انگاه

۱. به ازای هر  $x \in X$ ,  $f(x) \neq x$

۲. به ازای  $0 < \alpha < 1$   $d(x, y) \leq \alpha d(f(x), f(y))$

۳. تابع دارای یک نقطه ثابت منحصر به فرد است.

۴. تابع پیوسته نیست.



## ۸- بنا بر قضیه تابع معکوس داریم:

۱. یک نگاشت به طور پیوسته مشتق پذیر  $f$  در یک همسایگی از هر نقطه  $x$  متعلق به قلمرو خود معکوس پذیر است
۲. یک نگاشت به طور پیوسته مشتق پذیر در یک همسایگی از هر نقطه  $x$  متعلق به قلمرو خود که  $f'(x) \neq 0$  معکوس پذیر است.
۳. یک نگاشت به طور پیوسته مشتق پذیر  $f$  که  $f'(x) \neq 0$  (برای هر  $x$  واقع در دامنه  $f$ ) معکوس پذیر است.
۴. یک نگاشت به طور پیوسته مشتق پذیر وارون پذیر است.

## ۹- کدام گزینه غلط است؟

۱. هر گاه  $f$  یک نگاشت  $C^1$  از  $D \subseteq \mathbb{R}^n$  به  $\mathbb{R}^n$  و  $f'(x)$  به ازای هر  $x \in D$  وارون پذیر باشد  $f$  نگاشتی باز است
۲. بنابر قضیه رتبه رفتار یک نگاشت به طور پیوسته مشتق پذیر  $f$  در مجاورت نقطه  $x$  از قلمرو خود با رفتار تبدیل خطی  $f'(x)$  شبیه است
۳. هر گاه  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  تابعی مشتق پذیر باشد و برای هر  $x \in \mathbb{R}^n$   $f'(x) \neq 0$  باشد آنگاه  $f$  تابعی وارون پذیر است
۴. هر گاه  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی مشتق پذیر باشد آنگاه  $f$  لزوماً تابعی وارون پذیر نیست

۱۰- اگر  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  به صورت  $f(x, y, z) = e^x + y^2 + z^2$  آنگاه  $Df(2, 0, 1)$  کدام است؟

۱.  $(e^2, 0, 2)$
۲.  $2e^2 + 2$
۳.  $(4e^2, 0, 2)$
۴. هیچکدام

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱۱- فرض کنید  $f: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  به صورت زیر باشد:

$$f(x, y) = 0, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ و در بازه } f(x, y) = 1, \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} \text{ در این صورت:}$$

۱.  $f$  انتگرال پذیر نیست
۲.  $f$  انتگرال پذیر است و  $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = \frac{1}{2}$

۴. هیچکدام

۳.  $f$  انتگرال پذیر است و  $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = 0$

## ۱۲- کدام گزینه غلط است؟

۱. هر مجموعه متناهی در  $\mathbb{R}^n$  دارای اندازه صفر است
۲. اگر قدر مجموعه  $A \subset \mathbb{R}^n$  صفر باشد، اندازه  $A$  هم صفر است
۳. اگر  $A$  فشرده و با اندازه صفر باشد، قدر  $A$  هم صفر است
۴. هر مجموعه با اندازه صفر دارای قدر صفر است

## ۱۳- اگر $V$ یک فضای برداری باشد در این صورت:

۱.  $V^*$  فضای ۱- تانسورها است
۲. اگر  $V = \mathbb{R}^k$  باشد ضرب نقطه ای یک ۱- تانسور است
۳. اگر  $V = \mathbb{R}^k$  باشد ضرب نقطه ای یک ۲- تانسور است
۴. موارد ۱ و ۳

## ۱۴- اگر $V$ یک فضای برداری باشد و $T$ یک $P$ - تانسور متناوب باشد انگاه:

۱.  $\text{Alt}(T) = 0$
۲.  $\text{Alt}(T) = T$
۳.  $T \otimes T$  متناوب است.
۴.  $\text{Alt}(T \otimes T) = T \otimes T$

## ۱۵- در صورتی که: $dW = \omega_{X_1} dX_1 \wedge dX_3 + \epsilon_{X_2 X_3} dX_2 \wedge dX_1$ باشد داریم:

۱.  $W$  یک فرم ۲-بعدی اساسی است.
۲.  $W = \omega_{X_1} dX_1 \wedge dX_3 + \epsilon_{X_2 X_3} dX_2 \wedge dX_3$
۳.  $dW = 0$
۴.  $dW = \epsilon_{X_2} dX_1 \wedge dX_2 \wedge dX_3$

## ۱۶- اگر $W$ یک $P$ - فرم هموار روی زیر مجموعه ی بازی از $\mathbb{R}^k$ باشد کدام گزینه غلط است؟

۱.  $ddW = 0$
۲.  $dW$  یک  $P-1$  فرم است.
۳.  $dW$  یک  $P+1$  فرم است.
۴. اگر  $k \leq P$  انگاه  $dW = 0$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

## ۱۷- اگر $Q^k$ یک سادک $k -$ بعدی باشد انگاه:

۱.  $Q^0$  شامل یک نقطه و یک راس است.
۲.  $Q^2$  دارای دو راس و دو وجه است.
۳.  $Q^3$  شامل سه راس و سه وجه است.
۴.  $Q^1$  شامل ۱ راس و یک نقطه است.

۱۸- فرض کنید  $W$  یک  $k$ -فرم در مجموعه باز  $E \subset \mathbb{R}^n$  باشد کدام گزینه غلط است؟

۱. هرگاه  $dW = 0$  باشد  $W$  را یک فرم کامل نامیم.
۲. اگر  $W$  یک فرم کامل باشد  $dW = 0$
۳. اگر  $W$  یک  $K$ -فرم بسته در  $E$  باشد انتگرال آن روی زنجیرهای  $K$  بعدی که مرز زنجیرهای  $k+1$  بدی در  $E$  اند صفر است.
۴. اگر  $dW = 0$   $W$   $k$ -فرم بسته می نامند.

۱۹- فرض کنید  $V$  و  $W$  دو فضای برداری با ابعاد  $m$  و  $n$  باشند و  $T$  یک تبدیل خطی از  $V$  به  $W$  باشد  $T$   $n \times m$  ماتریس نمایش تبدیل خطی  $T$  یک ماتریس  $n \times m$  است.

۱. ماتریس نمایش تبدیل خطی  $T$  یک ماتریس  $n \times m$  است.
۲. ماتریس نمایش تبدیل خطی  $T$  یک ماتریس  $m \times n$  است.
۳. مشتق تبدیل خطی  $T$  در هر نقطه ثابت است.
۴. ماتریس نمایش تبدیل خطی  $T$  وارون دارد.

۲۰- هرگاه  $\|\cdot\|_1$  و  $\|\cdot\|_p$  دو نرم معادل روی فضای برداری  $V$  باشند کدام گزینه غلط است؟

۱. نگاشت همانی از  $\|\cdot\|_1$  به  $\|\cdot\|_p$  همیو مورفیسم است [www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)
۲. مفاهیم مجموعه باز-بسته-فشرده-همبند نسبت به متریک القایی از این دو نرم یکی است.
۳. چون دو نرم معادلند فضای  $V$  متناهی البعد است.
۴. اگر بعد  $V$  متناهی باشد تمام نرمها روی آن معادلند.

1	ج
2	د
3	ب
4	د
5	د
6	ب
7	ج
8	ب
9	ج
10	ج
11	ب
12	د
13	د
14	ب
15	د
16	ب
17	الف
18	الف
19	الف
20	ج

$$f(x, y) = \begin{cases} \left( \frac{xy^2}{x^2 + y^2}, \frac{x^3 \sin y}{x^2 + y^2}, \frac{y^3}{x^2 + y^2} \right) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad \text{تابع } f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \text{ با ضابطه}$$

روی  $\mathbb{R}^3$

۱. با نرم  $\|\cdot\|_\infty$  پیوسته و با نرم  $\|\cdot\|_2$  ناپیوسته است.

۲. با هر دو نرم  $\|\cdot\|_\infty$  و  $\|\cdot\|_2$  پیوسته است.

۳. با نرم  $\|\cdot\|_2$  پیوسته و با نرم  $\|\cdot\|_\infty$  ناپیوسته است.

۴. با نرم  $\|\cdot\|_2$  پیوسته و با نرم  $\|\cdot\|_\infty$  فقط در  $(0, 0)$  پیوسته است.

۲- اگر  $D \subseteq \mathbb{R}^n$  و باز و تابع  $f: D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  در  $x \in D$  مشتق پذیر باشد آنگاه

$$f'(x) \in L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m) \quad ۱. \quad f'(x) \in L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m) \quad ۲.$$

$$f': D \rightarrow \mathbb{R}^m \quad ۴. \quad \forall h \in \mathbb{R}^n \quad f'(x)(h) \in \mathbb{R}^n \quad ۳.$$

۳- اگر  $D \subseteq \mathbb{R}^n$  و باز و  $f: D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  در  $x \in D$  مشتق پذیر و  $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  و

$\{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  به ترتیب پایه برای  $\mathbb{R}^n$  و  $\mathbb{R}^m$  باشد آنگاه

$$f'(x)e_j \text{ سطر } j \text{ ام } [f'(x)] \text{ می باشد.} \quad ۱.$$

$$D_j f_i(x) \text{ درایه } (j, i) \text{ ام ماتریس } [f'(x)] \text{ می باشد.} \quad ۲.$$

$$[f'(x)] \text{ یک ماتریس } n \times m \text{ می باشد} \quad ۳.$$

$$f'(x)e_j = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x)u_i \quad ۴.$$

۴- اگر  $f$  تابع حقیقی روی مجموعه باز  $D \subseteq \mathbb{R}^n$  باشد بطوریکه تمام مشتقات جزئی  $f$  روی  $D$  کراندار باشد آنگاه

$$f \text{ روی } D \text{ پیوسته است.} \quad ۱. \quad f' \text{ روی } D \text{ پیوسته است.} \quad ۲.$$

$$f \text{ روی } D \text{ کراندار است.} \quad ۳. \quad \text{تمام مشتقات جزئی } f \text{ روی } D \text{ پیوسته است.} \quad ۴.$$

۵- اگر  $D \subseteq \mathbb{R}^n$  و باز و تابع  $f : D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  در  $x \in D$  مشتق پذیر و تابع  $g$  مجموعه باز شامل  $f(D)$  را بتوی  $\mathbb{R}^k$  نگاشته و در  $f(x)$  نیز پیوسته باشد در این صورت کدام گزینه در مورد  $F(x) = g(f(x))$  نادرست است؟

۱.  $F'(x) \in L(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k)$  حاصلضرب دو ماتریس است.  
 ۲. حاصلضرب دو تبدیل خطی است.  
 ۳.  $F'(x) = g'(f(x))f'(x)$  حاصلضرب دو ماتریس است.  
 ۴.  $F'(x) = g'(f(x))f'(x)$

۶- کدام قضیه زیر گواهی بر تشابه رفتار هر نگاشت بطور پیوسته مشتق پذیر تابع  $f : D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  در مجاورت نقطه  $x \in D$  با رفتار تبدیل خطی  $f'(x)$  می باشد؟

۱. مقدار میانگین      ۲. تابع ضمنی      ۳. تابع معکوس      ۴. رتبه

۷- اگر  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^k$  یک تابع دو خطی باشد آنگاه برای هر  $(x, y)$  و  $(h, k)$  از  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$  ضابطه  $(Df(x, y))(h, k)$  عبارت است از

۱.  $f(h, y) \cdot f(x, k)$       ۲.  $f(h, y) + f(x, k)$   
 ۳.  $Df(h, y) \cdot Df(x, k)$       ۴.  $Df(h, y) + Df(x, k)$

۸- برای تابع دو متغیره حقیقی  $f$  که دو بار در  $a \in \mathbb{R}^2$  مشتق پذیر باشد کدام گزینه درست است؟

۱. ماتریس هسیان  $f$  یک ماتریس  $1 \times 2$  است.  
 ۲. ماتریس هسیان  $f$  یک ماتریس  $2 \times 1$  است.  
[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۳. 
$$\left( \left( D^2 f(a) \right) (h) \right) (k) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 D_{ji}(a) h_j k_i$$

۴. 
$$\left( \left( D^2 f(a) \right) (h) \right) (k) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 D_{ij}(a) h_j k_i$$

۹- اگر تابع  $f : [0,1] \times [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$  بطوریکه  $f(x,y) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$  آنگاه  $\int_{[0,1] \times [0,1]} f$  برابر است با

۱. ۱

۲.  $\frac{1}{2}$

۳.  $\frac{1}{4}$

۴.  $\frac{3}{4}$

۱۰- کدام یک از مجموعه های زیر دارای اندازه ناصفر است؟

۱. مجموعه های متناهی

۲. مجموعه اعداد گویا

۳. مجموعه اعداد گنگ

۴. مجموعه ای با قدر صفر

۱۱- اگر  $A \subseteq \mathbb{R}^n$  یک بازه بسته و  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی کراندار باشد کدام گزینه برای مجموعه

$$B_\varepsilon = \{x \in A \mid |f(x) - c| \geq \varepsilon\}$$

۱.  $B_\varepsilon$  فشرده است.

۲.  $B_\varepsilon$  دارای اندازه صفر است.

۳. تابع  $f$  بر  $B_\varepsilon$  پیوسته است.

۴.  $B_\varepsilon$  ناتهی است.

۱۲- هر عملگر خطی ضربه بر  $\mathbb{R}^n$  چند عضو پایه متعارف را با هم عوض می کند؟

۱. یک عضو

۲. دو عضو

۳. سه عضو

۴. چهار عضو

۱۳- تکیه گاه تابع  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in Q \\ 0 & x \in Q^C \end{cases}$  کدام گزینه است؟

۱. تهی

۲.  $Q$

۳.  $Q^C$

۴.  $\mathbb{R}$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱۴- اگر  $T$  و  $S$  دو  $P$ -تانسور متناوب باشند آنگاه کدام یک از تانسورهای زیر نامتناوب است؟

۱.  $Alt(T)$

۲.  $T + S$

۳.  $T - S$

۴.  $T \otimes S$

۱۵- اگر  $T$  یک ضرب داخلی روی  $V$  باشد آنگاه تبدیل خطی  $f: V \rightarrow V$  را خود الحاق می نامیم هر گاه برای هر  $\forall x, y \in V$  داشته باشیم:

$$T(f(x), f(y)) = T(x, y) \quad .2 \quad T(x, f(y)) = T(f(x), y) \quad .1$$

$$T(f(x), f(y)) = T(y, x) \quad .4 \quad T(f(x), f(y)) = T(f(y), f(x)) \quad .3$$

۱۶- اگر  $X \subseteq \mathbb{R}^k$  و باز و  $\omega$  یک  $P$ -فرم و  $\theta$  یک  $Q$ -فرم روی  $X$  باشند آنگاه  $\omega \wedge \theta$  برابر است با

$$(-1)^{p+q} \theta \wedge \omega \quad .1 \quad -\theta \wedge \omega \quad .2 \quad (-1)^{pq} \theta \wedge \omega \quad .3 \quad (-1)^{[p,q]} \theta \wedge \omega \quad .4$$

۱۷- اگر  $a > 0$  و  $b > 0$  مقادیر ثابت و برای هر  $t \in [0, 2\pi]$  ،  $\gamma(t) = (a \cos t, b \sin t)$  یک منحنی بسته در  $\mathbb{R}^2$  و

$$\omega = xdy \quad \text{و} \quad \theta = ydx \quad \text{یک ۱-فرم روی} \quad \mathbb{R}^2 \quad \text{باشند آنگاه مقدار} \quad \int_{\gamma} \omega + \theta \quad \text{برابر است با}$$

$$\pi ab \quad .1 \quad -\pi ab \quad .2 \quad 2\pi \quad .3 \quad 0 \quad .4$$

۱۸- مشتق خارجی فرم  $\omega = 3xydx \wedge dy + zdy \wedge dz$  کدام گزینه است؟

$$3xdx \wedge dy \wedge dz \quad .2 \quad 0 \quad .1$$

$$3dx \wedge dy \wedge dz \quad .4 \quad 3ydx \wedge dy \wedge dz \quad .3$$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱۹- کدام یک از سادکهای زیر سه رأس و سه وجه دارد؟

$$Q^4 \quad .4 \quad Q^3 \quad .3 \quad Q^2 \quad .2 \quad Q^1 \quad .1$$

۲۰- اگر قضیه استوکس را در حالت خاص برای زنجیرهای ۳ بعدی در مجموعه های باز در  $\mathbb{R}^3$  به کار ببندیم کدام قضیه بدست می آید؟

$$.1 \quad \text{گرین} \quad .2 \quad \text{استوکس} \quad .3 \quad \text{دیوژانس} \quad .4 \quad \text{پوانکاره}$$



شماره سوال	پاسخ صحیح
1	ب
2	ب
3	د
4	الف
5	الف
6	د
7	ب
8	ج
9	ب
10	ج
11	الف
12	ب
13	د
14	د
15	الف
16	ج
17	د
18	الف
19	ب
20	ج